

関数

次のようなもののことを方程式と（関係式、式などとも）呼びます。

$$y = ax + b \quad (1)$$

ここで y や x を変数と呼び、 $y, x = 1, 2, 3$, のように色んな値に変えることができます。次に a や b はある一定の、何か一つに定められた数値であり、これを定数と呼びます。文字で書くとわかりにくいかもしれませんが、なので

$$y = 3x + 4 \quad (2)$$

$$y = -9x - 1 \quad (3)$$

と定数を数字に変えてみました。上で言ったように、 y と x はどんな数字に置き換えてもいい変数です。片方に適当な数字を代入すればもう片方の数値もわかります。このように上の式は x と y にはどのような関係があるのかを示す式であると言えますね。なのでこれは関係式とも呼べる。定数というのは、この2つの変数を結ぶために、どんな関係なのかを示すための数字ということです。この定数がいくつなのか、上のよういくつの数字になるのかを調べれば、変数がどのように変わるのかもわかるのです。

注意：定数は文字で書かれていても、結局は何か一つに固定された数字と同じとみせるため、普通の数字と同じように扱っても差し当たりない。この先に出てきますが微分の外に出したり、交換関係から出したり、時によっては省略してしまうこともあります。（相対論では定数 G, c, h を 1 として無視している。）でも、変数は同じように数字であるのに簡単には同じようにできません。理由は、色んな数値をできるからです。それがどんな変化をみるために微分や積分したりしていくのですが、これを普通の数字と同じように微分の外に出したりすると、正解とまるっきり外れた解がでてきてしまいます。今は注意が必要なんだと思っているだけでいいですが、微分などのときには気を付けて下さいね。

$$y = 8x^2 \quad (4)$$

次に上の式があったとき、8 は x に係っている数字で係数と呼びます。（だからさっきの a も係数ですね）次に x の右肩に乗っている数字（今は 2）を次数と呼び、 x^2 を『 x の二乗』と呼びます。これは x を二個かけている（ $x \times x$ ）という意味で 3 だったら三乗で三個かけたもの、4 なら四乗で四個かけたもの・・・となっていく。

・一般的な形

変数の最大次数が1の時を一次式と呼び、2なら二次式・・・と呼んでいきます。ここで、例えば y と x との関係を知りたいというときに、これがどうやら x の二次式だとわかるのだが・・・という状況があったとしましょう。実は何の変数の何次式かがわかればその関係式の大部分の形がわかってしまいます。その形を一般式と呼びます。これは何の変数かと何次式なのかによって決まり、 x の一次式であれば

$$y = ax + b \quad (5)$$

という形となります。(a と b は定数) 二次式なら

$$y = ax^2 + bx + c \quad (6)$$

三次式なら

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (7)$$

となります。つまり、その最大次数の変数とそこから1ずつ引いた次数のものが足されていくだけです。(それぞれに定数がかかけられますが。因みに x^1 は1を省略して x と書き、 x^0 は定義で $x^0 = 1$ となります。定義というのは、決まり(ルール)です。証明はできないけれど、必ずこうなるからそうしましょうと決めたことなので、あまり「どうして?」と思わないようにしましょう。) 通常、一般式とは『 x の n 次式』という意味で、これを

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (8)$$

a_n は x が n 上のところの係数(定数)という意味です。 n というのは、どんな数字を入れてもよく、例えば六次式の一般的な形が欲しいと思ったら $n = 6$ として実際に代入すればいいということです。実際にやってみれば

$$y = a_6 x^6 + a_5 x^5 + a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (9)$$

となる。その時々条件から各係数の値を求めれば、関係式の完成です。

最初に一次の一般式を大雑把に方程式(関係式)などと言いましたが、実際にはこんな使い分け。

方程式..... $a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = E$ (E は定数) のように一つの変数を求めるような式

関係式..... 2変数以上の式(変数と変数の間の関係の式)

だと思います。正直、ただの呼び方です。僕らにとってはそこまで重要じゃないんじゃないかな。もし厳密に知りたいのなら、自分で調べて下さい。そして僕に教えて下さいw

最後に、少しだけ発展して、関数 $f(x)$ について説明します。 $f(x)$ の f は function(関数)の f です。 (x) は変数 x によって左右されるということを示していて、この式は変数 x の何次式かで表されるとわかります。だから、これをさっきのように一般式で表せば

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (10)$$

となります。そう、上の式で y が $f(x)$ になっただけなんです。上のだと y と x の二変数あるように見えていましたが、片方が決まればもう片方も決まるので、実は一変数の式だったんですね。 y と書かずに、 $f(x)$ と書

いた方が何が変数なのかもわかりやすいですね。

因みに、ですが。 $f(x)$ を省略して f とだけ書いたり、大文字 $F(x)$, F で書いたり、別の記号 $g(x)$, g で書いたりもします。一つの式に二つ以上の関数があることばかりなので、関数を表す文字は色々あります。文字の隣に (x) と書いてあったら関数だと思ってもいいです。たまーに、ただの $()$ で閉じてるだけというときもありますが。まあ慣れれば大丈夫でしょう。

物理で使うような数学というのは、ただの慣れです。スポーツやゲーム、パソコンや絵、などのようなスキルものと同じで、どんなに苦手でも苦勞して苦しんで悩んで気の遠くなるような量をやれば誰にだってやれるようになります。ただ、確かにセンスというものはあります。しかし、それもしっかりと演習をこなして、経験を増やしていけば埋めることのできることです。僕も高校の頃は物理が苦手な赤点とって補習というのもよくありましたからね。数学でも赤点だったことがありますよ。3年にあがる頃に別の学校に行ってしまった数学の(二年のときの)担任の先生が高校の卒業式にいらして、「おお！卒業できたのか。心配だったんだぞ！」とかわれちゃいましたしね。失礼しちゃうわねー。そんな僕が今は宇宙物理学を専攻してますからね。数学が苦手という皆さんも沢山練習して量をこなしていけば絶対に使いこなせるようになります。ただ、その道は苦しいものになるかもしれませんが、一度習得してしまえば楽な道です。苦しいと思って諦めてしまえば、それなりの道にしか進めませんしね。でも、気をつけなきゃいけないのは、沢山やって『こんなにもやったのに』と思うことですよね。本当にやりたいのなら、どのくらいやったかなんて量は考えてはいけません。

僕はね。たまーに、「数学がダメだったから文系に行ったんだ。いいな、数学ができて」とか言ってくる輩をぶん殴って m... やりたいと思うことがあります。なんかムカつきますよね。あまり言うと暴言が止まらなくなりそうなのでやめておきます。

今回の話は中学一年生あたりの範囲になるかと思います。慣れる為の演習がしたいという方は中学一年生の範囲の問題演習をするといいのではないかと。インターネットで『中一 数学 問題』とか調べれば、沢山でてくると思います。時間があってやりたいときにやってみるのがいいと思います。

質問や訂正がある方はどうぞ、連絡下さい。喜んで返事をします。連絡先は以下の通り

appa.lambda@gmail.com

では、また別のノートでもお会いしましょう。長々とお付き合いいただきありがとうございました。